

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«НОВОСИБИРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Физический факультет  
Кафедра физики ускорителей

КУРСОВАЯ РАБОТА

**Динамика сильноточных электронных пучков в линейных  
индукционных ускорителях**

Выполнил: студент гр. №20353  
Федоров Вячеслав Васильевич  
Работа выполнена в  
ИЯФ СО РАН  
Сектор 5-13

**Научный руководитель:**

Никифоров Данила Алексеевич  
Оценка научного руководителя:

\_\_\_\_\_

«\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2023 г.

Новосибирск — 2023 г.

# Аннотация

В курсовой работе рассматривается вопрос транспортировки сильно-точного электронного пучка в ускорителе. Приводятся результаты численного моделирования транспортировки пучка в ускорительном тракте длиной 15 метров с помощью различных кодов. В частности, был использован код ASTRA, использующий макрочастицы (PIC code). Кроме того были использованы два кода, разработанные в ИЯФ СО РАН: код на основе решения системы уравнений Капчинского-Владимирского (KENV) и UltraSAM код, использующий метод граничных интегральных уравнений. С помощью KENV с генетическим алгоритмом удалось восстановить огибающую электронного пучка по заданным данным. Разработана библиотека KENV на высокоуровневом языке программирования Python на основе решения системы уравнений Капчинского – Владимирского.

Ключевые слова: электронный пучок, эмиттанс, ускоритель, уравнение огибающей, Капчинский, Владимирский, ASTRA, UltraSAM, KENV, генетический алгоритм, восстановление огибающей.

# Содержание

Введение	4
1 Уравнения огибающей для пучка	5
1.1 Уравнение огибающей для аксиально симметричного пучка в канале с соленоидальными линзами . . . . .	5
1.2 Уравнения огибающей для эллиптического пучка с фокуси- ровкой квадрупольными линзами . . . . .	6
2 Моделирование транспортировки пучка	7
3 Восстановление огибающей	10
4 Выводы и заключение	12
Список использованных источников	12

# Введение

Существуют различные коды для моделирования сильнооточных электронных и ионных пучков в ускорителях. Для корректного учета пространственного заряда в динамике пучка необходимо проводить моделирование с участием большого числа макрочастиц, при этом время счета может занимать часы и даже дни, в зависимости от решаемой задачи и размеров системы, а также может требовать огромных вычислительных ресурсов. Простой и удобной альтернативой для моделирующих программ с макрочастицами может быть код на основе уравнения огибающей для эллиптического пучка с распределением Капчинского-Владимирского. Несомненным преимуществом данного подхода является быстрота счета, при достаточно хорошем соответствии с PIC кодами и экспериментом. В курсовой работе приведены сравнительные результаты моделирования динамики пучка различными кодами.

Таким образом, задачами данной работы было:

- разработать код для моделирования динамики пучка на основе модели Капчинского-Владимирского;
- сравнить результаты численного моделирования, полученные в созданном коде, с другими моделирующими программами;
- рассмотреть приложения для созданного кода на примере применения генетического алгоритма для восстановления огибающей.

# 1 Уравнения огибающей для пучка

В ускорительных комплексах используются соленоидальные и квадрупольные линзы, при этом преимущественно соленоидальные линзы расположены вместе с ускоряющими модулями, а квадрупольные линзы только в каналах разводки. Рассмотрим два случая: уравнение огибающей для аксиально-симметричного пучка в канале с соленоидальными линзами и уравнения огибающей для эллиптического пучка с фокусировкой квадрупольными линзами.

## 1.1 Уравнение огибающей для аксиально симметричного пучка в канале с соленоидальными линзами

Движение аксиально-симметричного пучка в транспортном канале при наличии соленоидов может быть описано следующим уравнением 1.1 [1]:

$$r'' + \frac{1}{\beta^2\gamma}\gamma'r' + \frac{1}{2\beta^2\gamma}\gamma''r + k_s r - \frac{P}{r} - \frac{\varepsilon^2}{r^3} = 0. \quad (1.1)$$

В уравнении рассматривается круглый пучок с радиусом  $r$  и равномерным распределением плотности объемного заряда. В данном случае частицы запускаются с катода экранированного от магнитного поля (фактически это условие означает отсутствие углового момента  $P_\theta = 0$ ),  $\beta$  — безразмерная скорость,  $\gamma$  — Лоренц-фактор,  $\gamma' = \frac{d\gamma}{dz}$ ,  $\gamma'' = \frac{d^2\gamma}{dz^2}$ ,  $P = \frac{2I}{I_a\beta^3\gamma^3}$  — обобщен-

ный первеанс пучка,  $I$  — ток пучка,  $I_a = \frac{mc^3}{e} \approx 17$  кА,  $\varepsilon$  — эмиттанс пучка.

$$k_s = \left( \frac{eB_z}{2m_e c \beta \gamma} \right)^2 = \left( \frac{eB_z}{2\beta\gamma \cdot 0.511 \cdot 10^6 e \cdot \text{volt}/c} \right)^2 = \left( \frac{cB_z[\text{T}]}{2\beta\gamma \cdot 0.511 \cdot 10^6 \cdot \text{volt}} \right)^2$$

— жесткость соленоидальных линз.

## 1.2 Уравнения огибающей для эллиптического пучка с фокусировкой квадрупольными линзами

Движение пучка в транспортном канале при наличии квадрупольных линз может быть описано следующей системой уравнений 1.2 [1]:

$$\begin{cases} a'' + \frac{1}{\beta^2 \gamma} \gamma' a' + \frac{1}{2\beta^2 \gamma} \gamma'' a + k_q a - \frac{2P}{(a+b)} - \frac{\varepsilon_x^2}{a^3} = 0, \\ b'' + \frac{1}{\beta^2 \gamma} \gamma' b' + \frac{1}{2\beta^2 \gamma} \gamma'' b - k_q b - \frac{2P}{(a+b)} - \frac{\varepsilon_y^2}{b^3} = 0. \end{cases} \quad (1.2)$$

Здесь рассматривается эллиптический пучок с большими полуосями  $a$ ,  $b$  и равномерным распределением плотности объемного заряда.  $\beta$  — безразмерная скорость,  $\gamma$  — Лоренц-фактор,  $\gamma' = \frac{d\gamma}{dz}$ ,  $\gamma'' = \frac{d^2\gamma}{dz^2}$ ,  $P = \frac{2I}{I_a \beta^3 \gamma^3}$  — обобщенный первеанс пучка,  $I$  — ток пучка,  $I_a = \frac{mc^3}{e} \approx 17$  кА,  $\varepsilon_x$  и  $\varepsilon_y$  — горизонтальный и вертикальный эмиттансы пучка соответственно; оси  $x$  и  $y$  декартовой системы координат направлены по большим полуосям эллипса пучка.

$$k_q = \left( \frac{eG}{m_e c \beta \gamma} \right) = \left( \frac{eG}{\beta\gamma \cdot 0.511 \cdot 10^6 e \cdot \text{volt}/c} \right) = \left( \frac{cG[\frac{\text{T}}{\text{m}}]}{\beta\gamma \cdot 0.511 \cdot 10^6 \cdot \text{volt}} \right)$$

— жесткость квадрупольных линз, причем  $G = \frac{\partial B_x}{\partial y} = \frac{\partial B_y}{\partial x}$  — градиент квадрупольной линзы.

## 2 Моделирование транспортировки пучка

Обычно, моделирование поперечной динамики пучка в длинных ускорительных системах делится на несколько этапов.

Первый этап — расчёт электронной пушки. Данный расчет производится в специализированных программах которые учитывают пространственный заряд пучка и процессы эмиссии. Численные методы, применяющиеся для расчетов электронных пушек с пространственным зарядом, можно разделить на два основных класса – разностные и интегральные. Разностные методы включают в себя метод конечных разностей и метод конечных элементов. В них решается уравнение Пуассона в дифференциальном виде или минимизируется эквивалентный ему функционал. Эти методы требуют задания сетки, покрывающей всё рассчитываемое пространство, и дают решение в виде значений потенциала в узлах сетки. Для вычисления электрического поля требуется численное дифференцирование потенциала, снижающее точность расчетов.

Основными особенностями интегральных методов являются:

- решение находится для поверхностных и объемных зарядов, для нахождения потенциалов и полей необходимо вычислять соответствующие интегралы;
- в отличие от разностных методов задача ставится с открытыми границами – пространство расчёта не ограничивается, не накладываются

нефизичные условия на границах области расчёта;

- сеткой необходимо покрывать только область, занятую пучком;
- потенциал и поле рассчитываются с одинаковой точностью. Простота задания и модификации геометрии системы, высокая точность расчёта электрического поля и, как следствие, эмиссии с катода и траекторного анализа обусловили выбор этого метода как основы создаваемой в ИЯФ программы UltraSAM [2] для моделирования электронных пучков.

Из-за программных особенностей, расчёт динамики пучка в программе UltraSAM может быть выполнен только на ограниченной длине ускорителя, чего достаточно для более длинных систем. Таким образом, после расчёта диода, полученное распределение пучка может быть экспортировано в другие расчётные программы, которые могут быть основанные на PIC-методе (метод макрочастиц). Основным недостатком PIC кодов является необходимость использования больших вычислительных ресурсов. Простой и удобной альтернативой PIC кодам может быть код основанный на решении уравнений Капчинского-Владимирского (К-В). Если длина пучка много больше диаметра, то можно рассматривать его как непрерывный и не учитывать его продольную динамику. В этом случае код Kapchinsky Envelope code (KENV) [3], основанный на модели пучка К-В показывает хорошее соответствие с PIC кодом ASTRA и программой UltraSAM (граничные интегральные уравнения).

На рисунке 2.1 представлено результат расчета поперечной динамики интенсивного электронного пучка в транспортном канале с дискретной фокусировкой и ускорением в электростатических полях с помощью кода KENV в сравнении с PIC кодами. Начальные параметры пучка электронов выбраны следующие: ток пучка -1.5 кА, энергия пучка 1.6 МэВ, нормализованный эмиттанс 1150 мм·мрад.

Моделирование в программе ASTRA осуществлялось со следующими основными параметрами: число разбиений сетки в области пучка  $75 \times 501$  (в программе ASTRA сетка разбивается только в области пучка), 1 000 000 макрочастиц с равномерным поперечным распределением и длительностью импульса 20 нс. Время моделирования при этом занимает около 4 часов. В UltraSAM (пунктирная линия) моделирование с сеткой  $32 \times 640$  заняло трое суток. В коде KENV (сплошная линия) интегрирование уравнения 1.1 с шагом в 1 мм по  $z$  заняло несколько секунд. Из результатов моделирования видно, что есть хорошее соответствие между всеми кодами.

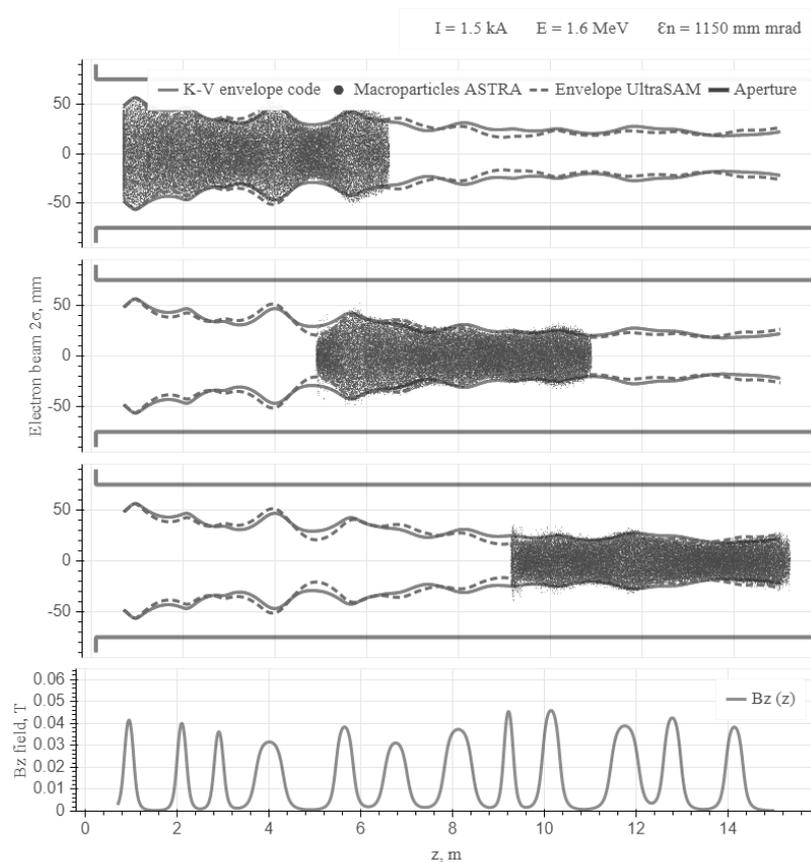


Рисунок 2.1: Сравнение огибающих рассчитанных с помощью кодов KV envelope code (KENV), ASTRA, UltraSAM в линейном ускорителе

### 3 Восстановление огибающей

Код KENV позволяет осуществить быстрый расчет длинных систем со многим числом элементов. Таким образом, к данному коду можно применить различные методы оптимизации задач, требующие расчета большого объема расчетов, например - генетический алгоритм.

Для тестирования генетического алгоритма в сочетании с кодом KENV была использована библиотека DEAP [4]. Принцип действия генетического алгоритма подобен естественному отбору. Есть популяция, состоящая из отдельных особей, функция приспособленности и штрафы. Вся популяция поддается мутациям и последующему отбору, в которой с помощью штрафов и функции приспособленности выделяются наиболее подходящие особи. Далее между ними происходит случайное скрещивание для восстановления популяции. Итерации продолжаются до тех пор, пока не будет получено заранее предопределенное значение функции приспособленности.

Применительно к коду KENV в качестве особи был выбран вектор из 9-ти сил соленоидальных линз. Стартовая популяция включала в себя 100 особей, в которых магнитные поля  $B_z$  являлись гауссовыми случайными величинами с некоторым средним значением. Функция приспособленности представляла собой квадратный корень из среднеквадратичного отклонения от заданной огибающей пучка и результатов моделирования. Задача генетического алгоритма была в минимизации суммы функции приспособленности.

С поставленной задачей генетический алгоритм справился за 50 поко-

лений. Результаты представлены на рисунке 3.1.

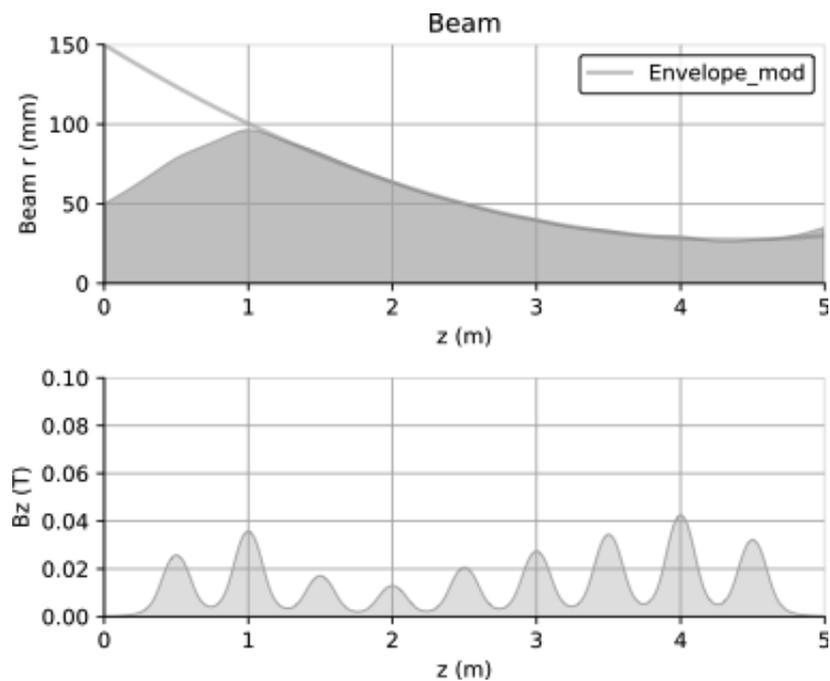


Рисунок 3.1: Результат восстановления огибающей под заданную и полученное магнитное поле  $B_z(z)$  для 50-го поколения

## 4 Выводы и заключение

В курсовой работе представлены результаты моделирования транспортировки пучка в ускорителе с помощью различных кодов. Разработан KENV на основе решения уравнения Капчинского-Владимирского. С помощью KENV и генетического алгоритма удалось восстановить огибающую электронного пучка. Получено хорошее совпадение для огибающей в 15-ти метровом ускорительном тракте в сравнении с PIC кодом ASTRA, программой UltraSAM. Высокая скорость счета KENV, во много раз превосходящая ASTRA и UltraSAM, позволила создать интерактивный интерфейс для настройки и проводки электронного пучка в более длинных и сложных ускорителях в режиме реального времени. Это существенно облегчило их настройку, сократив число тестовых импульсов и тем самым увеличило производительность и срок службы установок.

Исходный код KENV был оформлен в качестве python-библиотеки и загружен на Github.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- [1] Lawson John David. The physics of charged-particle beams. — 1977.
- [2] Ivanov AV, Tiunov MA. ULTRASAM-2D code for simulation of electron guns with ultra high precision // Proceeding of EPAC-2002, Paris. — 2002. — P. 1634–1636.
- [3] Fedorov Vyacheslav. KENV Kapchinsky Envelope code. — 2019. — URL: <https://github.com/fuodorov/kenv> (online; accessed: 2023-04-28).
- [4] Deap: A python framework for evolutionary algorithms / François-Michel De Rainville, Félix-Antoine Fortin, Marc-André Gardner et al. // Proceedings of the 14th annual conference companion on Genetic and evolutionary computation. — 2012. — P. 85–92.